

Simulation numérique des transferts thermiques couplés à travers les parois alvéolaires des bâtiments

Abdelhalim Abdelbaki*, Zaki Zrikem

LMFE, département de physique, faculté des sciences Semlalia, BP 5-15, Marrakech, Maroc

(Reçu le 26 juin 1998, accepté le 22 janvier 1999)

Abridged English version at the end of the text

Abstract — Numerical simulation of the coupled heat transfers through building walls consisting of hollow tiles. This paper presents a numerical study of the two dimensional heat transfer through the hollow structures used in the construction of building envelopes. Equations governing the natural convection in the alveolars, the radiative heat exchanges between their internal surfaces and the heat conduction in the surrounding walls are solved using a finite difference technique based on the control volume approach and the SIMPLE algorithm. Results are presented for wide ranges of the dimensionless parameters governing the problem. These ranges correspond to the practical values of the temperature difference and the wall thickness. By comparing the heat fluxes predicted for structures that differ by the number of alveolars, it is shown that the estimation of heat transfer through building walls consisting of hollow tiles can be reduced to that through an hollow block with two air cells in the direction of heat transfer. The effects of radiation on both natural convection in the alveolars and overall heat transfer through the structure are also discussed. © Elsevier, Paris.

hollow tiles / building envelopes / coupled heat transfers / conduction / natural convection / radiation / adiabatic boundary condition / periodicity condition

Résumé — On étudie numériquement le transfert de chaleur bidimensionnel à travers les structures alvéolaires utilisées pour la construction des parois de bâtiment. Les équations gouvernant la convection naturelle dans les alvéoles, les échanges de chaleur par rayonnement entre les surfaces internes de celles-ci, ainsi que la conduction de chaleur dans les parois solides séparant ces alvéoles, sont discrétisées par la méthode des différences finies, basée sur l'approche des volumes de contrôle, et sont résolues en utilisant l'algorithme Simple. Les résultats sont présentés pour des plages importantes des paramètres adimensionnels caractéristiques du problème. Ces plages couvrent les différences de température et les épaisseurs des parois alvéolaires rencontrées dans la pratique. En comparant les flux thermiques traversant des structures cellulaires, à deux rangées verticales de trous, qui diffèrent par le nombre d'alvéoles, on montre que l'étude d'une paroi alvéolaire peut se réduire, avec une très bonne approximation, à celle d'un bloc creux à deux alvéoles dans la direction du transfert de chaleur. Les effets du rayonnement sur la convection naturelle dans les alvéoles et sur le transfert de chaleur global à travers la structure sont également discutés. © Elsevier, Paris.

structures alvéolaires / parois de bâtiment / transferts thermiques couplés / conduction / convection naturelle / rayonnement / condition d'adiabaticité / condition de périodicité

Nomenclature

A	rapport de forme de la structure, H/L	e_y	épaisseur d'une paroi solide horizontale.....	m
Ac	rapport de forme des cavités, h/l	J	radiosité.....	$W \cdot m^{-2}$
dF	facteur de forme entre les éléments de surface	J'	radiosité adimensionnelle, $J/\sigma T_C^4$	
dS	élément de surface.....	k	conductivité thermique.....	$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$
E	éclairage d'une surface.....	g	accélération de la pesanteur.....	$m \cdot s^{-2}$
e_x	épaisseur d'une paroi solide verticale	H	hauteur de la structure.....	m
		h	hauteur d'une cavité interne.....	m
		h_{conv}	coefficient de convection sur la surface verticale gauche d'une cavité...	$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$
		L	épaisseur de la structure.....	m

* Correspondance et tirés à part.
 abdelbaki@ucam.ac.ma

l	largeur d'une cavité interne	m
n	nombre d'alvéoles dans une rangée verticale de la paroi alvéolaire	
N_k	rapport des conductivités thermiques, k_s/k_a	
N_r	nombre adimensionnel de rayonnement, $\sigma T_C^4 L/k_a \Delta T$	
\overline{Nu}	nombre de Nusselt moyen sur la paroi chaude d'une cavité, équation (12)	
P	pression adimensionnelle, $(p + \rho g y)/\rho (\alpha_a/L^2)$	
p	pression	Pa
Pr	nombre de Prandtl, ν/α_a	
\overline{Q}	flux de chaleur moyen adimensionnel traversant la paroi, equation (13)	
q_{rk}	densité surfacique du flux radiatif net échangé par la paroi k d'une cavité.	$W \cdot m^{-2}$
Q_{rk}	flux de chaleur radiatif adimensionnel échangé par la paroi k d'une cavité, $q_{rk}/\sigma T_C^4$	
r	position sur la paroi d'une cavité	
r'	position adimensionnelle associée à r	
Ra	nombre de Rayleigh, $g \beta \Delta T L^3/(\nu \alpha_a)$	
t	temps	s
T	température	K
ΔT	différence de température, $T_C - T_F$.	K
U, V	composantes adimensionnelles de la vitesse dans les directions x et y , $(u, v)/(\alpha_a/L)$	
u, v	composantes de la vitesse dans les directions x et y	$m \cdot s^{-1}$
X, Y	coordonnées cartésiennes adimensionnelles, $(x, y)/L$	
x, y	coordonnées cartésiennes	m
X_0	position suivant la direction Ox de l'extrémité gauche d'une cavité	m
Y_0	position suivant la direction Oy de l'extrémité inférieure d'une cavité	m
<i>Lettres grecques</i>		
α	diffusivité thermique	$m^2 \cdot s^{-1}$
β	coefficient volumétrique d'expansion thermique	K^{-1}
ϵ	émissivité des parois internes des cavités	
γ	rapport des températures, T_C/T_F	
η	coordonnée adimensionnelle normale à la surface des cavités	
ν	viscosité cinématique	$m^2 \cdot s^{-1}$
ρ	masse volumique	$kg \cdot m^{-3}$
σ	constante de Stefan-Boltzman	$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$
θ	température adimensionnelle, $(T - T_F)/(T_C - T_F)$	
Ψ	fonction de courant adimensionnelle, Ψ'/α_a	
Ψ'	fonction de courant	$m^2 \cdot s^{-1}$
τ	temps adimensionnel, $t/(L^2/\alpha_a)$	

<i>Indices</i>	
a	air
C	surface chaude
conv	convection
F	surface froide
max	maximale
r	radiatif
s	solide

1. INTRODUCTION

Les structures alvéolaires telles que les briques creuses en béton ou en terre cuite sont très utilisées pour la construction des parois de bâtiments. Cependant, l'estimation des transferts thermiques à travers de telles parois pose des problèmes de modélisation lors de la simulation du comportement thermique des bâtiments. Ces problèmes sont dus essentiellement au couplage entre les transferts thermiques conductifs, convectifs et radiatifs au sein des structures alvéolaires. En effet, à cause de la non-linéarité des échanges de chaleur, on ne peut appliquer les méthodes de convolution, telles que celle des fonctions de transfert [1, 2] ou celle de l'analyse modale [3, 4], qui sont pourtant très efficaces pour le calcul des transferts thermiques à travers les parois opaques des bâtiments.

Afin de pouvoir générer des coefficients de transfert pour ce type de parois, des solutions intermédiaires ont été proposées [5, 6]. Celles-ci consistent à linéariser les transferts thermiques à l'intérieur des alvéoles, moyennant des coefficients d'échanges globaux et constants, dont les valeurs sont déterminées à partir de mesures expérimentales. Cependant, cette approximation n'est pas toujours efficace, surtout pour des gradients de température importants. Par conséquent, une étude détaillée des mécanismes de transfert de chaleur se développant au sein des structures alvéolaires s'avère très utile.

Les travaux numériques ayant porté sur les problèmes de couplage entre les différents modes de transfert de chaleur (conduction, convection et/ou rayonnement) dans des configurations similaires ne sont pas très nombreux. En outre, les études disponibles dans la littérature sont restreintes à des configurations simples, formées généralement par une cavité rectangulaire avec une ou plusieurs parois conductrices. Larson et Viskanta [7] et Lage et al. [8] ont étudié l'influence des échanges radiatifs entre les parois d'une cavité sur la convection naturelle. Les effets de la conduction dans une paroi de la cavité sur la convection ont été traités par Koutsoheras et Charters [9] et par Kim et Viskanta [10, 11]. Les transferts conductifs dans une partition séparant deux cavités rectangulaires ont été pris en compte dans l'étude effectuée par Tsan-Hui Hsu et So-Yenn Tsai [12]. Le couplage entre les

transferts thermiques par conduction, convection et rayonnement a été étudié dans les travaux présentés par Balvanz et Kuehn [13], Lauriat [14] et Kim et Viskanta [15], en considérant des cavités rectangulaires fermées. L'interaction entre les trois modes de transfert de chaleur dans une cavité ouverte a fait l'objet de l'étude présentée par Dehghan et Behnia [16]. Très récemment, des études numériques, qui tiennent compte à la fois des transferts thermiques conductifs, convectifs et radiatifs dans des blocs creux à une ou deux alvéoles, ont été faites par Abdelbaki et Zrikem [17, 18]. Dans la plupart des études citées auparavant, il a été constaté que la convection naturelle dans une cavité est très influencée par les transferts conductifs et/ou radiatifs.

Dans le présent travail, on étudie une situation un peu plus réaliste concernant une structure alvéolaire à deux rangées de trous, formée par l'empilement de n paires de cavités rectangulaires ($n = 1, 2$ ou 4), séparées par des parois conductrices. Les faces verticales, extérieure et intérieure, de la structure étudiée sont considérées isothermes, alors que, pour les faces horizontales, supérieure et inférieure, des conditions d'adiabaticité ou de périodicité sont envisagées séparément. La comparaison des flux de chaleur traversant des structures qui diffèrent par le nombre $2n$ d'alvéoles les constituant permet de vérifier l'hypothèse, utilisée dans des études précédentes [5, 6], concernant la possibilité de ramener l'étude d'une paroi cellulaire à celle d'un bloc creux à deux alvéoles dans la direction du transfert de chaleur. Les effets des paramètres adimensionnels gouvernant le problème, notamment le nombre de Rayleigh, le nombre de rayonnement N_r et le rapport γ entre les températures des parois chaude et froide de la structure, sont étudiés pour des plages importantes de ces paramètres. Le programme de calcul est d'abord testé sur le cas classique d'une cavité carrée différentiellement chauffée, en confrontant ses résultats à ceux obtenus dans des études connues dans la littérature [19, 20].

2. MODÈLE MATHÉMATIQUE

2.1. Description de la configuration étudiée

La configuration étudiée est schématisée sur la figure 1. Elle représente une paroi cellulaire à deux rangées verticales d'alvéoles. Chaque rangée est formée par la superposition de n cavités rectangulaires, de largeur l et de hauteur h , séparées par des parois solides dont les épaisseurs sont indiquées sur la figure 1. Les surfaces verticales gauche et droite de la structure sont supposées isothermes, conformément aux hypothèses souvent adoptées pour les parois de bâtiment, et sont portées respectivement aux températures T_C (température de la face chaude) et T_F (température de la face froide). Par contre, les surfaces horizontales supérieure et inférieure sont considérées,

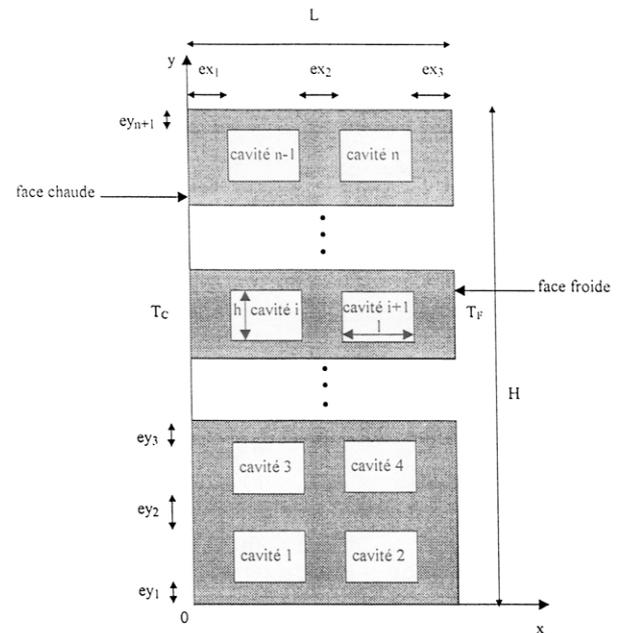


Figure 1. Schéma de la paroi alvéolaire étudiée.

Figure 1. Schematic diagram of the studied hollow structure.

soit adiabatiques, soit obéissant à une condition de périodicité. Cette dernière condition consiste à subdiviser la paroi cellulaire en blocs creux identiques et à considérer que les phénomènes thermiques se développant au sein de chaque bloc se répètent dans le bloc voisin (phénomènes périodiques).

2.2. Équations du modèle

Pour la formulation des équations régissant le mouvement d'air dans les cavités internes de la structure et le transfert de chaleur au sein de celles-ci, on adopte les hypothèses suivantes :

- l'écoulement et le transfert de chaleur sont bi-dimensionnels ; cette hypothèse reste valable dans la mesure où l'épaisseur de la paroi est faible devant sa longueur ;
- l'écoulement est laminaire, compte tenu des dimensions des alvéoles et des faibles gradients de température rencontrés généralement en thermique du bâtiment ;
- le fluide est newtonien, incompressible et transparent au rayonnement infrarouge ;
- pour la prise en compte des échanges radiatifs entre les faces internes des cavités, celles-ci sont supposées grises, à émission et réflexion diffuses ;
- les propriétés thermophysiques de l'air et du solide sont indépendantes de la température, sauf pour la masse volumique de l'air dans le terme de poussée, où celle-ci varie linéairement en fonction de la température.

Compte tenu de ces hypothèses, les équations adimensionnelles traduisant la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie dans les cavités peuvent s'écrire :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + Pr \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + Pr \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} \\ + Pr \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + Pr \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} + Pr Ra \theta_a \end{aligned} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \theta_a}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta_a}{\partial X} + V \frac{\partial \theta_a}{\partial Y} = \frac{\partial^2 \theta_a}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta_a}{\partial Y^2} \quad (4)$$

où U, V, P et θ_a sont les variables adimensionnelles associées respectivement aux composantes u et v de la vitesse, à la pression p et à la température T_a de l'air, Ra étant le nombre de Rayleigh, défini par :

$$Ra = \frac{g \beta L^3 (T_C - T_F)}{\nu^2} Pr$$

L'équation adimensionnelle de la conduction de chaleur dans les parois solides est donnée par :

$$\frac{\alpha_a}{\alpha_s} \frac{\partial \theta_s}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial Y^2} \quad (5)$$

où θ_s est la température adimensionnelle du solide. Les conditions aux limites dynamiques et thermiques du problème sont :

- $U = V = 0$ sur les surfaces internes des cavités
- $\theta_s(0, Y) = 1$ et $\theta_s(1, Y) = 0$ ($0 \leq Y \leq A$)
- $\left(\frac{\partial \theta_s}{\partial Y}\right)_{Y=0} = \left(\frac{\partial \theta_s}{\partial Y}\right)_{Y=A} = 0$ $0 \leq X \leq 1$ pour la condition d'adiabaticité

• ou

$\theta_s(X, 0) = \theta_s(X, A)$ $0 \leq X \leq 1$ pour la condition de périodicité

À ces conditions s'ajoutent celles exprimant la continuité de température et du flux de chaleur aux interfaces fluide-solide, qui sont données par :

$$\theta_s(X, Y) = \theta_a(X, Y) \quad (6)$$

$$-N_k \frac{\partial \theta_s}{\partial \eta} = -\frac{\partial \theta_a}{\partial \eta} + N_r Q_r \quad (7)$$

où Q_r est le flux radiatif net adimensionnel échangé entre la surface considérée et les autres faces de la cavité et N_r un nombre adimensionnel, caractérisant le rapport des échanges thermiques radiatifs aux transferts conductifs. Il est défini par :

$$N_r = \frac{\sigma T_C^4 L}{k_a (T_C - T_F)}$$

Les conditions initiales du problème sont spécifiées par la donnée de champs arbitraires des différentes variables considérées. Ainsi, pour un cas donné, et afin de réduire le temps de calcul, on affecte à ces variables les solutions obtenues dans des exécutions précédentes, sous des conditions voisines.

La densité surfacique du flux radiatif net dimensionnel $q_{r_k}(r_k)$ échangé par un élément de surface dS_k , situé en un point d'abscisse r_k sur la surface k , peut s'exprimer, selon Siegel et Howell [21], par :

$$q_{r_k}(r_k) = J_k(r_k) - E_k(r_k) \quad (8)$$

où $E_k(r_k)$ est l'éclairement de l'élément de surface dS_k et $J_k(r_k)$ sa radiosité, donnés respectivement par :

$$E_k(r_k) = \sum_{j=1}^4 \int_{S_j} J_j(r_j) dF_{dS_k-dS_j}(r_k, r_j) \quad (9)$$

$$J_k(r_k) = \varepsilon_k \sigma (T_k(r_k))^4 + (1 - \varepsilon_k) E_k(r_k) \quad (10)$$

En tenant compte des équations (9) et (10), et en divisant les deux membres de l'équation (8) par σT_C^4 , on obtient l'expression suivante donnant le flux radiatif net adimensionnel échangé par l'élément dS_k :

$$\begin{aligned} Q_{r_k}(r'_k) = \varepsilon_k \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)^4 \left(\theta_k(r'_k) + \frac{1}{\gamma - 1}\right)^4 \\ - \varepsilon_k \sum_{j=1}^4 \int_{S_j} J'_j(r'_j) dF_{dS_k-dS_j} \end{aligned} \quad (11)$$

Pour étudier l'effet du rayonnement sur la convection naturelle dans une alvéole, on doit évaluer le taux du transfert de chaleur convectif à l'une des surfaces internes de celle-ci, ce qui revient à calculer le nombre de Nusselt sur cette surface. Par définition, la valeur moyenne du nombre de Nusselt sur la surface verticale gauche d'une alvéole est lié au coefficient de convection h_{conv} sur cette surface par la relation :

$$\overline{Nu} = \frac{L}{h} \int_0^{\frac{1}{2}} \left(\frac{h_{conv} L}{k_a}\right)_{X=X_0} dY \quad (12)$$

où le coefficient de convection h_{conv} considéré est défini par :

$$h_{conv} = -\frac{k_a \left(\frac{\partial T_a}{\partial X}\right)_{X=X_0}}{(T_C - T_F)} = -\left(\frac{k_a}{L} \frac{\partial \theta_a}{\partial X}\right)_{X=X_0} \quad (13)$$

En combinant les équations (12) et (13), le nombre de Nusselt moyen sur la face verticale gauche de la cavité s'exprime par :

$$\overline{Nu} = -\frac{L}{h} \int_0^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\partial \theta_a}{\partial X}\right)_{X=X_0} dY \quad (14)$$

Le flux de chaleur moyen sur la face verticale gauche de la structure alvéolaire est donné par :

$$\bar{Q} = -\frac{1}{A} \int_0^A \left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right)_{X=0} dY \quad (15)$$

2.3. Méthode de résolution et paramètres de simulation

Les équations du modèle sont discrétisées par la méthode des différences finies, basée sur l'approche des volumes de contrôle, et sont résolues en utilisant l'algorithme *Simple* développé par Patankar [22]. Quant à la résolution du système d'équations algébriques résultant, elle est faite par la méthode itérative ligne par ligne, s'appuyant sur l'algorithme de Thomas. Afin d'accélérer la convergence des solutions, les équations gouvernantes sont résolues sous leur forme instationnaire, bien qu'on ne s'intéresse qu'à la solution stationnaire (le temps n'est qu'un facteur de relaxation).

Afin de réaliser un compromis entre le temps de calcul et la précision des résultats de la simulation, une étude d'optimisation a été faite sur l'influence des pas d'espace et de temps utilisés. Cette étude a conduit au choix des maillages non-uniformes suivants : 105×55 pour $n = 4$, 55×55 pour $n = 2$ et 55×30 pour $n = 1$, avec 20×20 nœuds dans les cavités internes pour les trois situations. Notons, à titre indicatif, que l'utilisation d'un maillage 75×40 pour une structure à 2 cellules (au lieu du maillage 55×30 adopté) conduit à une variation relative de \bar{Q} inférieure à 0,1 % pour $Ra = 10^4$ et à 1 % pour $Ra = 5 \cdot 10^7$. Le pas de temps adimensionnel utilisé est égal à 10^{-4} pour $Ra \leq 10^7$ et à $5 \cdot 10^{-5}$ pour $Ra > 10^7$. On estime que la convergence est atteinte lorsque les écarts relatifs entre les variables calculées, aux différents nœuds du maillage, dans deux itérations successives deviennent inférieurs à 10^{-4} .

Le programme de calcul est testé sur le cas d'une cavité carrée différentiellement chauffée. Les paramètres caractéristiques de l'écoulement et du transfert de chaleur calculés pour différents nombres de Rayleigh, en utilisant un maillage 42×42 , sont comparés, dans le tableau, à ceux obtenus par De Vahl Davis [19] et Le Breton et al. [20]. La comparaison porte sur les valeurs maximales des composantes U et V de la vitesse respectivement à mi-largeur (U_{\max}) et à mi-hauteur (V_{\max}), sur la fonction de courant maximale ($|\psi|_{\max}$) et sur le nombre de Nusselt moyen à la surface chaude de la cavité. On peut constater que les résultats du présent travail sont en très bon accord avec ceux issus des deux autres études.

3. RÉSULTATS

Les résultats présentés dans cette étude sont obtenus pour des structures cellulaires formées par des alvéoles

TABLEAU / TABLE Comparaison des résultats du présent travail avec ceux obtenus par De Vahl Davis [19] et Le Breton et al. [20] dans le cas d'une cavité carrée différentiellement chauffée. Comparison of results obtained in the present study with those obtained by De Vahl Davis [19] and Le Breton et al [20] in the case of a differentially heated square cavity.				
Ra	Grandeur comparée	De Vahl Davis [19]	Le Breton et al. [20]	Présent travail
10^3	ψ_{\max}	1,174	–	1,777
	U_{\max}	3,634	–	3,650
	V_{\max}	3,679	–	3,691
	Nu	1,116	–	1,119
10^4	ψ_{\max}	5,098	–	5,079
	U_{\max}	16,182	–	16,170
	V_{\max}	19,509	–	19,700
	Nu	2,242	–	2,258
10^5	ψ_{\max}	9,739	9,544	9,723
	U_{\max}	35,070	33,630	35,022
	V_{\max}	66,730	68,530	68,929
	Nu	4,564	4,521	4,625
10^6	ψ_{\max}	17,613	16,820	17,485
	U_{\max}	67,490	64,070	67,000
	V_{\max}	206,320	219,820	222,696
	Nu	9,270	8,794	9,446

de dimensions $l/L = h/L = 0,35$ et d'émissivité $\varepsilon = 0,8$. Les épaisseurs adimensionnelles des parois verticales sont $e_{x_i}/L = 0,1$ ($1 \leq i \leq 3$) et celles des parois horizontales e_{y_j}/L sont égales à 0,1 pour les parois internes séparant les cavités et à 0,05 pour les parois périphériques (inférieure et supérieure). Le rapport N_k entre les conductivités du solide et de l'air est pris égal à 40. Les nombres de Rayleigh (Ra), de rayonnement (N_r) et le rapport des températures γ varient respectivement de $5 \cdot 10^4$ à $5 \cdot 10^7$, de 0 à 100 et de 1,05 à 1,2. Ces plages permettent d'engendrer les valeurs des températures T_C et T_F rencontrées en pratique, ainsi que celles des épaisseurs des parois alvéolaires (L). Le nombre de Prandtl est pris égal à 0,71.

3.1. Lignes de courant et isothermes

Pour une structure à 8 alvéoles, les figures 2 et 3 donnent les lignes de courant (a) et les isothermes (b), obtenues pour $Ra = 5 \cdot 10^6$ et $\gamma = 1,2$ en imposant respectivement les conditions d'adiabaticité et de périodicité et en tenant compte des échanges radiatifs entre les parois des cellules ($N_r = 64$). L'examen de ces figures montre que les structures des écoulements dans les différents alvéoles sont semblables à celles se développant au

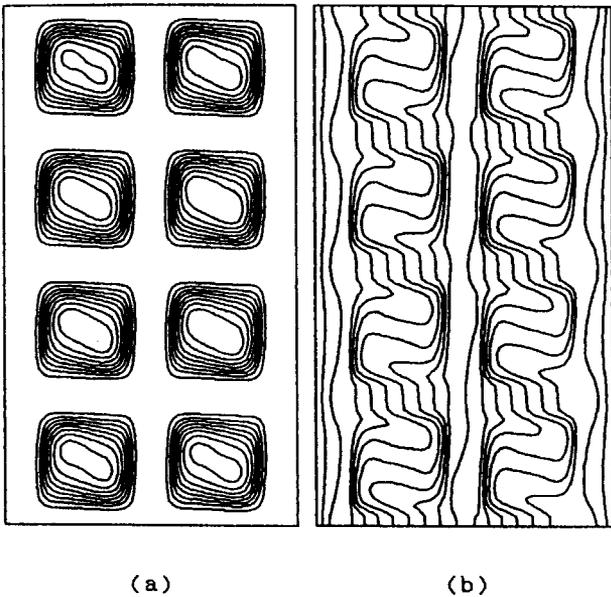


Figure 2. Lignes de courant (a) et isothermes (b) obtenues pour $n = 4$, $Ra = 5 \cdot 10^6$, $\gamma = 1,2$ et $N_r = 64$ en imposant la condition d'adiabaticité.

Figure 2. Streamlines (a) and isotherms (b) obtained for $n = 4$, $Ra = 5 \cdot 10^6$, $\gamma = 1.2$ and $N_r = 64$ using adiabatic boundary condition.

sein d'une cavité carrée différentiellement chauffée (écoulement caractérisé par une grande cellule tournant dans le sens horaire) [19]. La distorsion des isothermes dans les régions centrales des cellules témoigne d'un transfert de chaleur bidimensionnel très marqué, qui devient presque unidirectionnel aux alentours des parois solides séparant les cavités où il semble que les isothermes sont perpendiculaires à la direction générale du transfert de chaleur (direction Ox). Le resserrement de ces isothermes aux voisinages immédiats des faces internes verticales des cellules indique l'importance des gradients de température qui apparaissent dans ces régions afin d'assurer la continuité du flux de chaleur à l'interface air-solide. En effet, le rapport k_s/k_a entre les conductivités thermiques des deux milieux est relativement élevé (égal à 40). Quant aux distorsions d'isothermes auxquelles on assiste à proximité des surfaces verticales de la structure, elles montrent l'importance du taux de transfert de chaleur (purement conductif) le long des parois solides horizontales.

Concernant l'influence de la condition de périodicité, les figures 3a et 3b montrent, comme il est prévu, que les structures de l'écoulement et les distributions de température sont parfaitement identiques pour les différentes cellules d'une même rangée verticale.

Les résultats obtenus pour $Ra = 5 \cdot 10^6$, $\gamma = 1,2$ et $N_r = 64$ en considérant une structure à 4 alvéoles (figures 4a et 4b) ou à 2 alvéoles (figures 4c et 4d) et en imposant la condition de périodicité montrent que

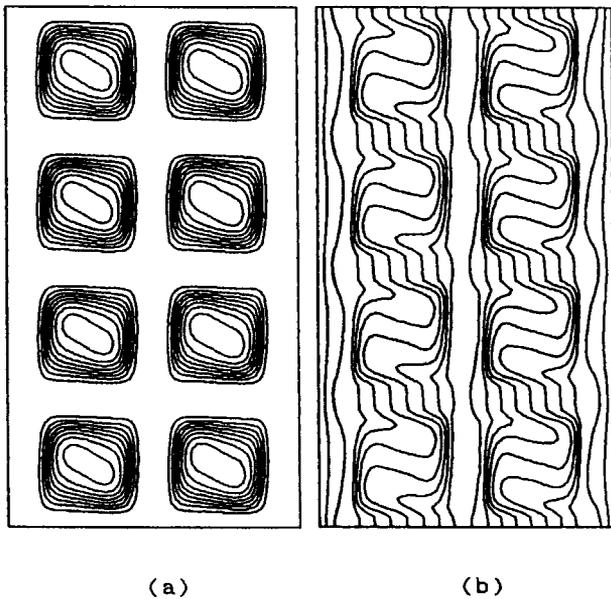


Figure 3. Lignes de courant (a) et isothermes (b) obtenues pour $n = 4$, $Ra = 5 \cdot 10^6$, $\gamma = 1,2$ et $N_r = 64$ en imposant la condition de périodicité.

Figure 3. Streamlines (a) and isotherms (b) obtained for $n = 4$, $Ra = 5 \cdot 10^6$, $\gamma = 1.2$ and $N_r = 64$ by imposing the periodicity condition.

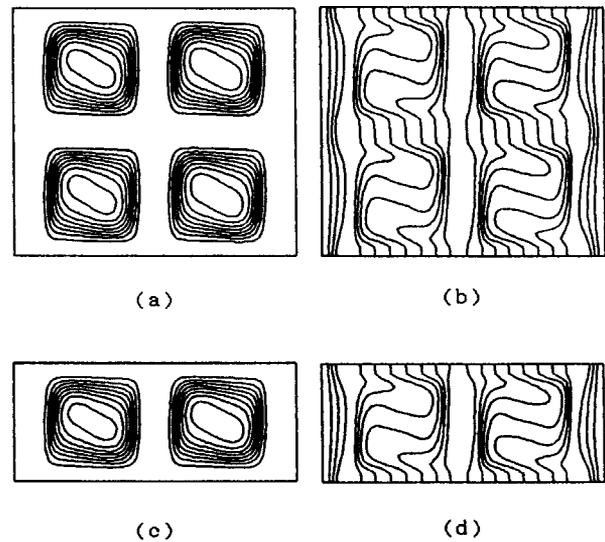


Figure 4. Lignes de courant et isothermes obtenues pour $Ra = 5 \cdot 10^6$, $\gamma = 1,2$ et $N_r = 64$ en imposant la condition de périodicité : (a) lignes de courant pour $n = 2$, (b) isothermes pour $n = 2$, (c) lignes de courant pour $n = 1$ et (d) isothermes pour $n = 1$.

Figure 4. Streamlines and isotherms obtained for $Ra = 5 \cdot 10^6$, $\gamma = 1.2$ and $N_r = 64$ using the periodicity condition: (a) streamlines for $n = 2$, (b) isotherms for $n = 2$, (c) streamlines for $n = 1$ and (d) isotherms for $n = 1$.

les aspects de l'écoulement et du transfert thermique sont parfaitement identiques à ceux observés dans le cas d'une structure à 8 cellules.

3.2. Transfert de chaleur

Pour $\gamma = 1,2$, $N_r = 64$ et pour différentes valeurs de Ra , les figures 5a et 5b donnent les variations du flux de chaleur local à la surface chaude de la structure en fonction de Y obtenues en imposant respectivement les conditions d'adiabaticité et de périodicité. Les résultats de ces figures confirment l'importance des transferts thermiques conductifs à travers les parois solides horizontales (où le flux de chaleur prend des valeurs maximales) par rapport à ceux par convection et par rayonnement dans les alvéoles (le flux de chaleur présente des minimums vers les lignes médianes des cellules).

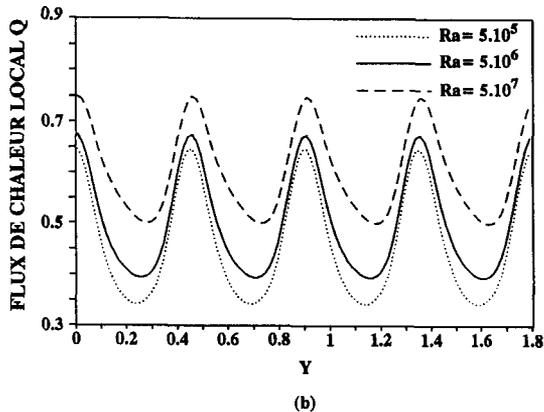
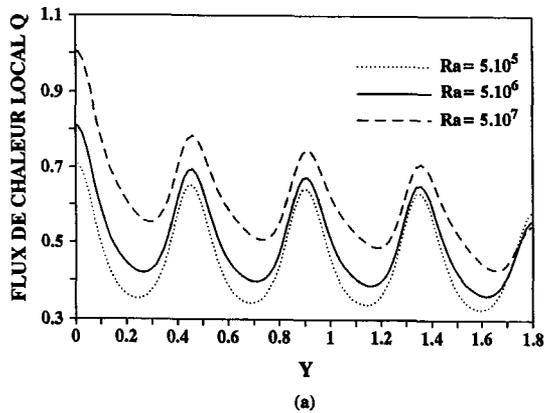


Figure 5. Variations du flux de chaleur local à la surface chaude de la structure en fonction de Y : (a) condition d'adiabaticité ; (b) condition de périodicité.

Figure 5. Variations of the local heat flux at the structure hot surface as a function of Y : (a) adiabatic boundary condition; (b) periodicity condition.

Concernant le transfert thermique dans la direction verticale (Oy), la figure 6 donne les variations, en fonction de la largeur X , du flux de chaleur traversant la ligne médiane de la paroi solide horizontale située au centre de la structure ($Y = 0,9$). On peut constater que le flux thermique vertical est gouverné par la convection naturelle dans les alvéoles et qu'il croît d'une manière considérable en fonction de Ra . En particulier, les flux thermiques ascendants sont dus aux gradients de température existant entre les faces inférieure et supérieure des parois horizontales séparant les cavités. En effet, la face inférieure de chaque paroi est chauffée par l'air circulant de gauche à droite, alors que sa face supérieure est refroidie par l'air circulant en sens inverse. Ce phénomène, qui est responsable de l'échauffement progressif des parties supérieures de la structure dans le cas où la condition d'adiabaticité est imposée, disparaît à proximité des parois verticales droites des cavités. Notons toutefois que le flux thermique dans

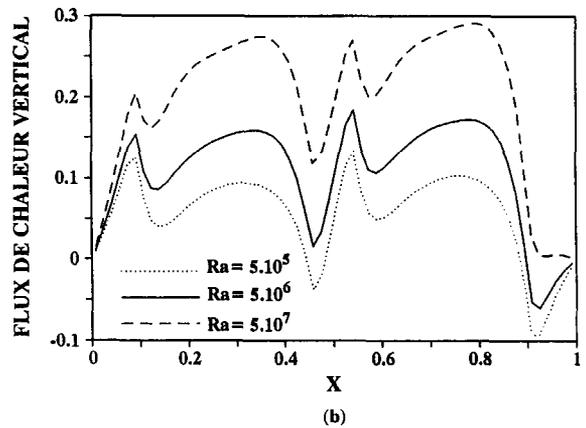
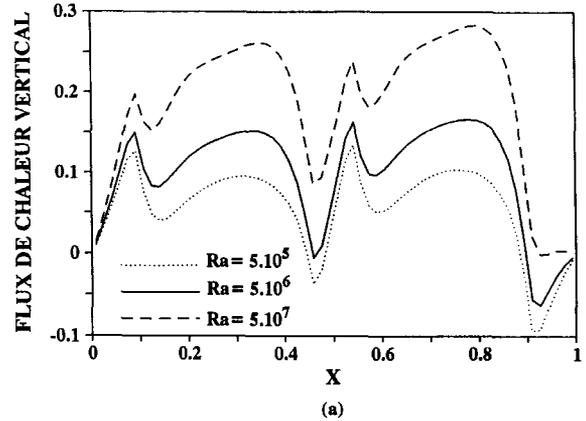


Figure 6. Variations du flux de chaleur vertical en $Y = 0,9$ en fonction de X : (a) condition d'adiabaticité ; (b) condition de périodicité.

Figure 6. Variations of the vertical heat flux at $Y = 0,9$ as a function of X : (a) adiabatic boundary condition; (b) periodicity condition.

la direction verticale (direction Oy) reste négligeable devant celui dans la direction générale du transfert de chaleur (direction Ox). En effet, pour $Ra = 5 \cdot 10^6$, les flux moyens traversant les lignes médianes des trois parois horizontales situées en $Y = 0,45, 0,9$ et $1,35$ sont respectivement $0,0880, 0,1016$ et $0,0906$ pour la condition d'adiabaticité, alors qu'ils sont égaux à $0,1097$ pour celle de périodicité.

Pour les quatre cavités de la rangée gauche, les figures 7 et 8 donnent les distributions des flux radiatifs adimensionnels perdus par les surfaces verticales chaudes (a) ou reçus par les surfaces froides (b), calculés pour $Ra = 5 \cdot 10^6, \gamma = 1,2$ et $N_r = 64$. Ces flux radiatifs, dont les valeurs sont maximales vers les milieux des surfaces, diminuent en passant d'une cellule à une autre plus élevée, dans le cas d'une structure à parois hori-

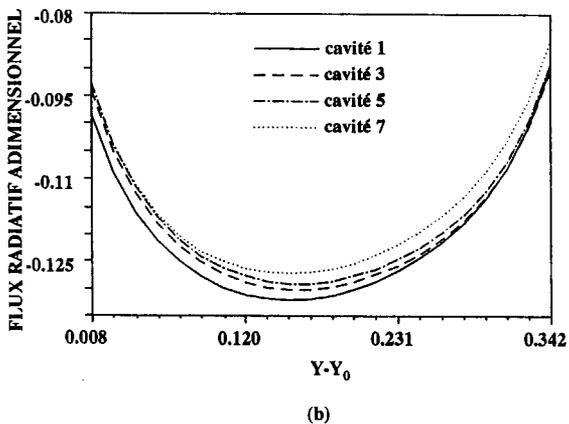
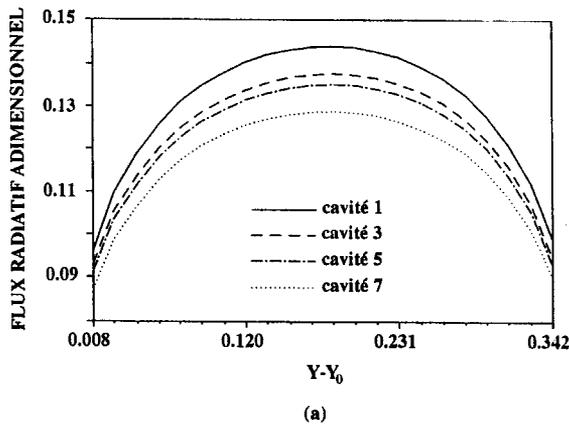


Figure 7. Distributions des flux de chaleur radiatifs, sur les surfaces verticales des cavités, calculés en utilisant la condition d'adiabaticité : (a) surfaces gauches ; (b) surfaces droites.

Figure 7. Distributions of the radiative heat fluxes on the vertical surfaces of cavities obtained using the adiabatic boundary condition: (a) left surfaces; (b) right surfaces.

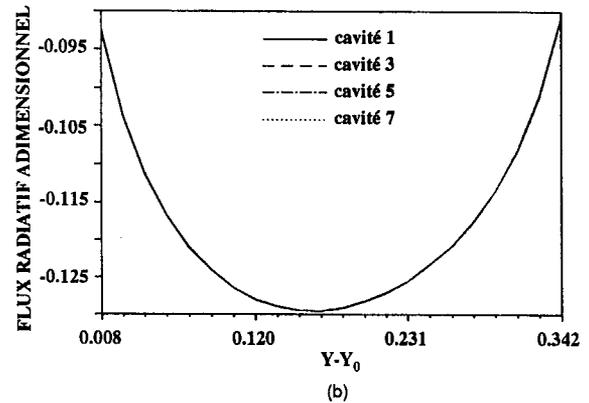
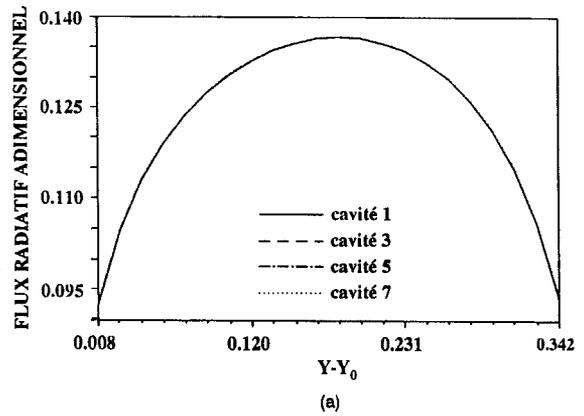


Figure 8. Distributions des flux de chaleur radiatifs, sur les surfaces verticales des cavités, calculés en utilisant la condition de périodicité : (a) surfaces gauches ; (b) surfaces droites.

Figure 8. Distributions of the radiative heat fluxes on the vertical surfaces of cavities obtained using the periodicity condition: (a) left surfaces; (b) right surfaces.

zontales adiabatiques (figure 7). Ainsi, en passant de la cellule 1 à la cellule 7, le flux radiatif maximal échangé diminue de 15 % pour la face chaude et de 6 % pour la face froide. Ceci est dû essentiellement à la chute que subit la différence de température entre les surfaces des cavités supérieures, à cause des transferts convectifs qui tendent à homogénéiser la température dans la partie supérieure de la structure. En revanche, si on impose une condition de périodicité, on obtient une coïncidence parfaite des flux radiatifs calculés dans les différentes cavités d'une même rangée (figure 8).

Pour les parois horizontales des différentes cavités, on a constaté qu'elles perdent de la chaleur par rayonnement à travers les parties gauches et en reçoivent à travers les parties droites (résultats non présentés ici). Cependant, les flux radiatifs mis en jeu sont très inférieurs à ceux échangés par les parois verticales. On a également constaté que les échanges radiatifs dans les cavités de la rangée gauche sont beaucoup plus

importants que ceux dans les cellules de la deuxième rangée où les températures sont plus basses. En effet, les échanges radiatifs dépendent non seulement de la différence entre les températures des surfaces, mais aussi des valeurs de ces températures.

3.3. Effet du nombre d'alvéoles

Pour $N_r = 64$ et $\gamma = 1,2$, les variations, en fonction de Ra , des flux de chaleur moyens traversant les surfaces chaudes de structures qui diffèrent par le nombre $2n$ de cellules sont portées sur la figure 9 pour les deux conditions aux limites. Cette figure montre que pour des Ra inférieurs à $5 \cdot 10^6$ (ce qui correspond à une différence de température ΔT inférieure à 53 K dans le cas d'une paroi d'épaisseur 10 cm) les résultats obtenus dans les différentes situations sont en excellent accord. En particulier, les flux calculés pour $n = 1, 2$ et 4 coïncident parfaitement lorsque la condition de périodicité est imposée. Les écarts observés pour des Ra proches de $5 \cdot 10^7$ dans le cas de l'adiabaticité restent négligeables (inférieurs à 2 %). On constate également que les flux calculés dans ce cas tendent vers ceux obtenus en imposant la condition de périodicité au fur et à mesure que le nombre d'alvéoles $2n$ augmente. De plus, nous avons constaté que, pour n donné, le temps de calcul nécessaire pour la convergence des solutions numériques dans le cas de la périodicité est inférieur à celui demandé dans le cas de l'adiabaticité. Par conséquent, nous profitons de ces deux derniers résultats pour restreindre la suite de cette étude au cas d'une structure à deux alvéoles en considérant uniquement la condition de périodicité.

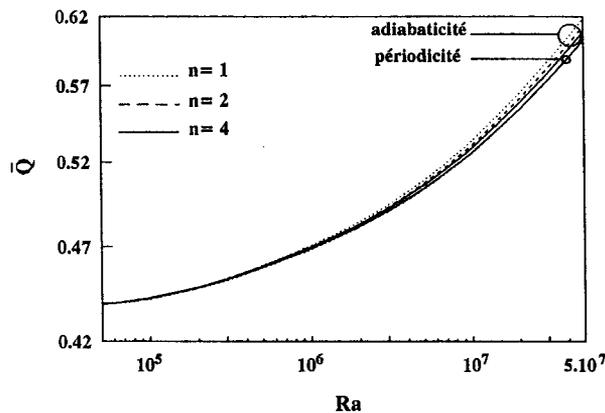


Figure 9. Effets du nombre d'alvéoles $2n$ et des conditions aux limites horizontales sur le transfert de chaleur à travers la structure.

Figure 9. Effects of both alveolar number $2n$ and horizontal boundary conditions on the heat transfer through the structure.

3.4. Effet du rayonnement

Afin de clarifier l'effet du rayonnement sur la convection naturelle dans les cavités, les variations de \overline{Nu} en fonction de Ra , obtenues pour $\gamma = 1, 2$ et pour différentes valeurs de N_r , sont portées sur la figure 10. Comme il est prévu, les transferts convectifs sont atténués par les échanges radiatifs, dont la prise en compte entraîne une diminution de \overline{Nu} qui varie, dans la cavité gauche (figure 10a), entre 18 % (pour $Ra = 5 \cdot 10^7$) et 25 % (pour $Ra = 5 \cdot 10^4$) lorsque N_r passe de 0 à 100. On retrouve ainsi les résultats établis dans les études précédentes dans le cas d'une cavité rectangulaire [7, 13, 15 et 16]. Quant aux effets du rayonnement sur la convection naturelle dans la cavité droite (figure 10b), ils restent négligeables.

En ce qui concerne l'influence des échanges radiatifs sur le transfert thermique global, la figure 11 montre qu'elle se traduit par une augmentation importante

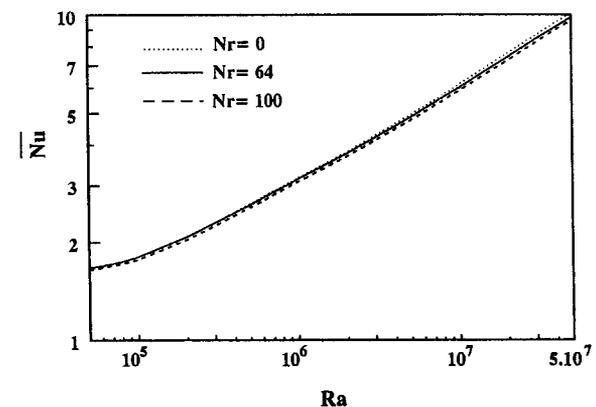
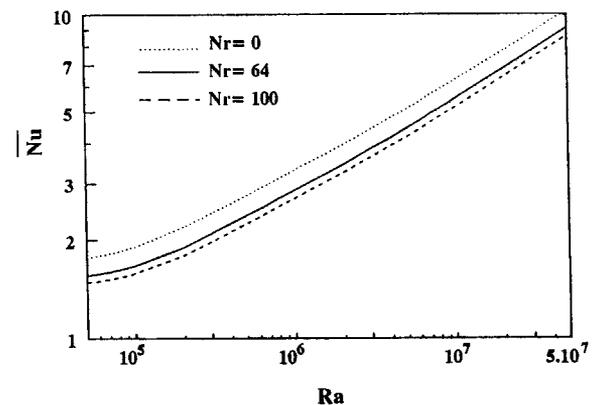


Figure 10. Effet de N_r sur la convection naturelle : (a) dans la cavité gauche ; (b) dans la cavité droite.

Figure 10. Effect of N_r on the natural convection: (a) in the left cavity; (b) in the right cavity.

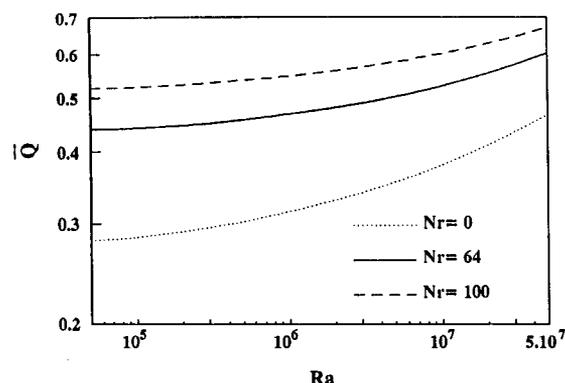


Figure 11. Effet de N_r sur le transfert de chaleur global à travers la structure.

Figure 11. Effect of N_r on the heat transfer through the structure.

du flux de chaleur traversant la structure. En effet, lorsque N_r varie de 0 à 100, \bar{Q} croît de 75 % pour $Ra = 5 \cdot 10^4$ et de 45 % pour $Ra = 5 \cdot 10^7$. Ainsi, les effets du rayonnement sont beaucoup plus prononcés pour les faibles nombres de Ra . Par contre, pour les nombres de Ra élevés, l'influence des échanges radiatifs est atténuée, à son tour, par la convection naturelle dans les alvéoles.

Pour $N_r = 64$ et pour différentes valeurs de γ , les figures 12a et 12b donnent les variations de \bar{Nu} en fonction de Ra respectivement dans les cavités gauche et droite. L'examen de ces figures montre que l'influence du paramètre γ sur la convection naturelle dans les alvéoles n'est pas très appréciable. En revanche, d'après la figure 13, qui donne les variations de \bar{Q} en fonction de Ra pour la même valeur de N_r ($N_r = 64$), on constate que le paramètre γ affecte notablement le flux thermique traversant la paroi, surtout pour les faibles nombres de Ra , où la variation de \bar{Q} en fonction de γ peut atteindre 30 %.

4. CONCLUSION

L'analyse des champs de température dans une structure alvéolaire à deux rangées de trous a montré que le transfert de chaleur possède un caractère bidimensionnel très marqué dans les alvéoles, alors que, dans les parois solides séparant les cavités, le profil de température est presque linéaire.

Comme prévu, les flux thermiques traversant des structures alvéolaires qui diffèrent par le nombre d'alvéoles coïncident parfaitement si on impose une condition de périodicité aux surfaces horizontales de la structure. Par contre, lorsque celles-ci sont considérées adiabatiques, des écarts négligeables entre les flux obtenus pour différents nombres d'alvéoles sont enregistrés. En particulier, les flux calculés dans ce cas

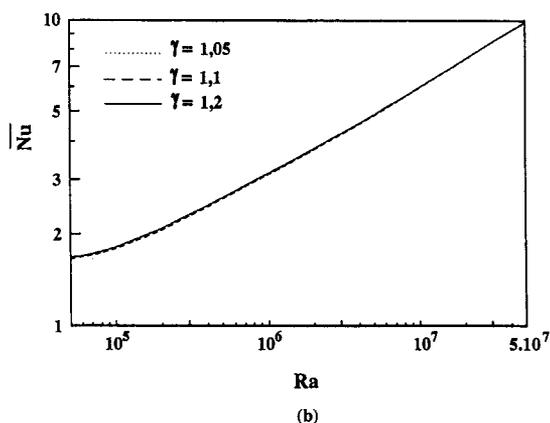
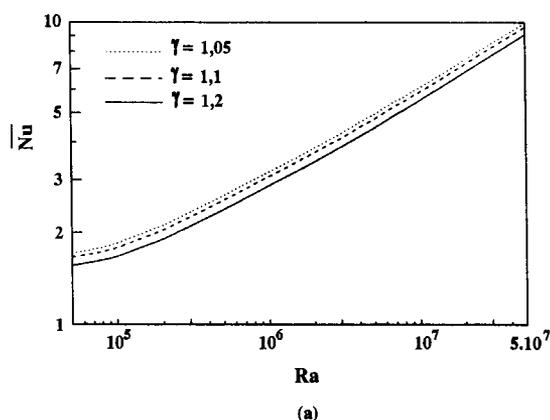


Figure 12. Effet de γ sur la convection naturelle : (a) dans la cavité gauche ; (b) dans la cavité droite.

Figure 12. Effect of γ on the natural convection: (a) in the left cavity; (b) in the right cavity.

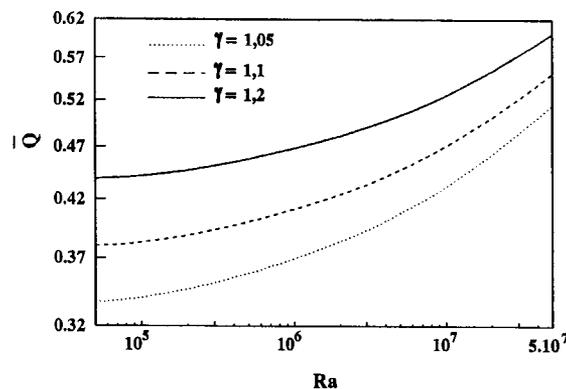


Figure 13. Effet de γ sur le transfert de chaleur global à travers la structure.

Figure 13. Effect of γ on the heat transfer through the structure.

tendent vers ceux obtenus en imposant la condition de périodicité au fur et à mesure que le nombre d'alvéoles augmente. Ce résultat est très important, car il permet de ramener l'étude d'une paroi alvéolaire à deux rangées de trous à celle d'un bloc creux à deux alvéoles dans la direction du transfert de chaleur, et ce avec une très bonne approximation. Ceci conduit à une économie considérable en temps de calcul, surtout en régime transitoire, où ce dernier devient prohibitif. Ainsi, en se basant sur ce résultat, il est possible de prédire, en régime dynamique, les réponses d'une paroi alvéolaire à des sollicitations thermiques réelles.

Concernant les effets du rayonnement sur le transfert de chaleur dans la structure, les résultats obtenus montrent que :

- comme prévu, la convection naturelle dans les alvéoles de la rangée gauche est atténuée remarquablement par les échanges radiatifs entre les surfaces internes de celles-ci ;

- le transfert de chaleur global à travers la structure croît considérablement lorsque les échanges par rayonnement sont pris en compte ; les effets de ce dernier sont beaucoup plus prononcés pour les faibles nombres de Rayleigh, où l'influence de la convection naturelle est encore négligeable.

RÉFÉRENCES

[1] Stephenson D.G., Mitalas G.P., Calculation of heat conduction transfer functions for multi-layer slabs, *ASHRAE Trans.* 77 (1971) 117-126.

[2] Seem J.E., Modeling in heat transfer in buildings, Ph. D. thesis, University of Wisconsin, Madison, 1987.

[3] Bacot P., Identification des modèles de comportement des systèmes thermiques, *Rev. Gén. Therm.* 277 (1985) 15-21.

[4] Sicard J., Analyse modale des systèmes thermiques, thèse, université Paris 6, 1984.

[5] Abdelbaki A., Contribution à la modélisation des transferts thermiques à travers le plancher d'un habitat sur terre-plein, thèse, université Cadi-Ayyad, Marrakech, 1993.

[6] El Biyaâli A., Roux J.-J., Yezou R., Ayaichia H., Application de la réduction de modèles aux singularités thermiques de bâtiments, *Rev. Gén. Therm.* 394 (1994) 571-579.

[7] Larson D.W., Viskanta R., Transient combined laminar free convection and radiation in a rectangular enclosure, *J. Fluid Mech.* 78 (1976) 65-85.

[8] Lage J.L., Lim J.S., Bejan A., Natural convection with radiation in a cavity with open top end, *J. Heat Trans.-T. ASME* 114 (1992) 479-486.

[9] Koutsoheras W., Charters W.W.S., Natural convection phenomena in inclined cells with finite side-walls: a numerical solution, *Energy* 19 (1977) 433-438.

[10] Kim D.M., Viskanta R., Study of the effects of wall conductance on natural convection in differentially oriented square cavities, *J. Fluid Mech.* 144 (1984) 153-176.

[11] Kim D.M., Viskanta R., Effect of wall heat conduction on natural convection heat transfer in a square enclosure, *J. Heat Trans.-T. ASME* 107 (1985) 139-146.

[12] Tsan-Hui Hsu, So-Yenn Tsai, Natural convection of micropolar fluids in a two-dimensional enclosure with a conductive partition, *Numer. Heat Tr.* 28 (1995) 69-83.

[13] Balvanz J.L., Kuehn T.H., Effect of wall conduction and radiation on natural convection in a vertical slot with uniform heat generation on the heated wall, *ASME HTD*, 8, 1980, pp. 55-62.

[14] Lauriat G., A numerical study of a thermal insulation enclosure: influence of the radiative heat transfer, *ASME HTD*, 8, 1980, pp. 63-71.

[15] Kim D.M., Viskanta R., Effect of wall conduction and radiation on natural convection in a rectangular cavity, *Numer. Heat Tr.* 7 (1984) 449-470.

[16] Dehghan A.A., Behnia M., Combined natural convection-conduction and radiation heat transfer in a discretely heated open cavity, *J. Heat Trans.-T. ASME* 118 (1996) 56-64.

[17] Abdelbaki A., Zrikem Z., Effet du rayonnement sur le transfert de chaleur dans un bloc creux, in: Actes du colloque «Énergie solaire et environnement», Complex, Agadir, Maroc, 1996, 116-121.

[18] Abdelbaki A., Zrikem Z., Heat transfer through a hollow tile with two-cells, in: Proceedings of International Thermal Energy and Environment ITEEC 97, Marrakech, Maroc, 1997, pp. 585-591.

[19] De Vahl Davis G., Natural convection of air in a square cavity: a Bench Mark numerical solution, *Int. J. Numer. Meth. Fl.* 3 (1983) 249-264.

[20] Le Breton P., Caltagirone J.-P., Arquis E., Natural convection in square cavity with thin porous layers on its vertical walls, *J. Heat Trans.-T. ASME*, 113 (1991) 892-898.

[21] Siegel R., Howell J.R., Thermal radiation heat transfer, McGraw-Hill, 2nd ed, New York, 1981.

[22] Patankar S.V., Numerical heat transfer and fluid flow, Hemisphere, New York, 1980.

Abridged English Version

Numerical simulation of the coupled heat transfers through building walls consisting of hollow tiles

Hollow concrete blocks or clay tiles are widely used in the construction of building envelopes. However, the

prediction of the heat flow through such components by the analytical transfer functions methods is not possible

because of the non-linearity due to the coupling between heat transfers by conduction, convection and radiation in the hollow blocks. Therefore, a detailed numerical study of the heat transfer mechanisms in hollow tiles must be conducted. Most of the available studies dealing with combined heat transfer by convection, conduction and/or radiation are limited to simple configurations consisting in rectangular cavities with one or several conducting walls.

In the present work, a more realistic configuration is considered that concerns a cellular structure with two series of holes (*figure 1*). The structure's vertical sides are assumed to be isothermal, but at different temperatures, while the horizontal ones are considered adiabatic or submitted to a periodicity condition. In formulating governing equations, it is assumed that the fluid and the walls properties are independent of temperature, except for the density in the buoyancy term. The fluid is Newtonian, incompressible and the Boussinesq approximation is valid. Viscous heat dissipation in the fluid is assumed to be negligible. The fluid motion and the heat transfer are considered to be two-dimensional and laminar. The fluid inside the cavity is assumed to be nonparticipating and the cells surfaces are considered to be grey, diffuse emitters and diffuse reflectors. Dimensionless equations governing the conservation of mass, momentum and energy for the air in internal cavities as well as the equation of heat conduction in solid walls are solved using a finite difference technique based on the control volume approach and the *SIMPLE* algorithm. Radiation heat exchanges between the sides of each cavity are introduced in the equations of the heat flux continuity at the fluid-wall interfaces. A study of the grid spacing and the time step effects on both accuracy and computational time has been carried out. The calculation program is tested for the case of a

differentially heated square cavity by comparing its results to those obtained by De Vahl Davis [19] and Le Breton et al. [20].

Results are presented here for wide ranges of the dimensionless parameters governing the problem. These ranges correspond to the practical values of the temperature difference and the walls thickness. Analysis of the streamlines and isotherms shows that the flow structures and the temperature distributions in the cavities are similar to those observed in a differentially heated square cavity. The heat transfer is two-dimensional inside the alveolars, while in the solid walls the temperature profile is almost linear (*figures 2, 3 and 4*). Comparison of results obtained for structures with 8, 4 and 2 alveolars shows that the computed heat fluxes in the three cases coincide perfectly when a periodicity condition is imposed; negligible differences are noted if the horizontal sides of the structures are adiabatic (*figure 9*). These results are very interesting because they permit us to reduce the study of a wall consisting of hollow tiles to that of a hollow block with two air cells in the direction of heat transfer. This leads to a significant reduction of the computational time, especially in transient conditions where the latter becomes extremely important. So, based on this approximation, it is possible to obtain dynamic responses for real thermal excitations.

Concerning the effects of radiation, it is shown that natural convection in the internal cavities is markedly attenuated by the radiation heat transfer (*figure 10*). Furthermore, the results of *figures 11 and 13* show that the overall heat flow through the structure increases considerably in the presence of the radiation. The effects of the latter are more pronounced for lower Rayleigh numbers when the influence of the natural convection is still weak.

